

Seminario

OBBLIGO DI ISTRUZIONE: ORIZZONTI DI LAVORO

ASSE MATEMATICO

9 settembre 2009

Grazia Grassi

Docente Itis E. Majorana

San Lazzaro di Savena (Bo)

PREMESSA

- Orientamenti ed indicazioni operative sulla base del percorso sviluppato negli incontri del 3 e 25 aprile, 7 e 21 maggio 2009 - Liceo Righi, Bologna
- I quattro incontri sono stati organizzati in forma laboratoriale come previsto al Piano di lavoro elaborato dall'USR Emilia Romagna
- Riferimento condiviso nei Laboratori di ciascuno dei quattro Assi culturali è stato lo

Sviluppo delle competenze di cittadinanza



L'ASSE MATEMATICO

- Riconsiderare le discipline in rapporto alle competenze chiave chiamati ad acquisire in modo obbligatorio
- Quali sono i nuclei contenuti basilari caratterizzati da un valore irrinunciabile?
- COME attivare e coinvolgere (docenti come esperti e come comunità di pratica)

Comunicazione nella madrelingua
Comunicazione nelle lingue straniere
Competenza matematica e
competenze di base in scienza e tecnologia
Competenza digitale
Imparare a imparare
Competenze sociali e civiche
Spirito di iniziativa e imprenditorialità
Consapevolezza ed espressione culturale

L'ASSE MATEMATICO

(Decreto n.139 - 2007)

- La competenza matematica non si esaurisce nel sapere disciplinare, comporta l'abilità di individuare e applicare procedure per affrontare situazioni problematiche nel contesto quotidiano mediante linguaggi formalizzati
- Comporta la capacità e la disponibilità ad usare modelli matematici di pensiero e di rappresentazione grafica e simbolica



Indicazioni Nazionali e Indicazioni per il curricolo	OCSE-PISA 2006 Overarching ideas (idee chiave)	TIMSS 2007 Content domains (domini di contenuto)	NCTM Standards 2000 Contents (contenuti)
NUMERI	QUANTITA'	NUMERO	NUMERI E OPERAZIONI
SPAZIO E FIGURE	SPAZIO E FORMA	GEOMETRIA	GEOMETRIA
RELAZIONI E FUNZIONI	CAMBIAMENTI E RELAZIONI	ALGEBRA	ALGEBRA
MISURE, DATI E PREVISIONI	INCERTEZZA	DATI E CASO	ANALISI DEI DATI E PROBABILITA'

TIMSS: Trends in International Mathematics and Science Study

IEA International Association for the Evaluation of Educational Achievement

www.invalsi.it



NUCLEI FONDANTI

Le scelte operate dall'Italia:

- **Indicazioni per il curriculum (2007)**
- **Decreto n.139 - 2007 Obbligo di Istruzione**
- **Curricoli UMI - CIIM (Matematica 2001 - 2003)**

Le scelte a livello internazionale:

- **OCSE - PISA (Programme for International Student Assessment)**
- **TIMSS 2007 (Trends in International Mathematics and Science Study)**



Dai contenuti ai processi

OCSE-PISA- processi	
Argomentare, generalizzare, comunicare	
Modellizzare la realtà	
Usare il linguaggio matematico e rappresentazioni	



NODI DA APPROFONDIRE PER L'ATTIVAZIONE DI PROPOSTE DIDATTICHE

- Contemperare matematica come oggetto di conoscenza e matematica come atteggiamento e strumento per la conoscenza
- Matematica come oggetto di studio, come linguaggio per descrivere, definire, spiegare, argomentare, dimostrare, come strumento di lettura e interpretazione del reale



○ SPIEGARE

Rendere intellegibile
un risultato

○ ARGOMENTARE

Produrre elementi a
supporto dell'accettazione
della verità di una
affermazione
I criteri comuni di
accettazione sono spesso
impliciti

○ DIMOSTRARE

Si richiedono regole
di accettazione
condivise dalla
comunità dei
matematici



TRACCE DI LAVORO

- Riconsiderazione/documentazione delle pratiche didattiche pregresse
 - Il contesto, l'oggetto, l'attività, le conoscenze e abilità coinvolte, verifica e valutazione,
 - Competenze di cittadinanza correlate ai contenuti e alle attività proposte, alle conoscenze e abilità di cui è stato verificato l'apprendimento
 - Raccordi con oggetti e attività di altre discipline/Assi



TRACCE DI LAVORO

○ Progettazione di esperienze formative orientate allo sviluppo di competenze di cittadinanza:

- disciplinari
- multidisciplinari

Attività,
Abilità e conoscenze,
Verifica e valutazione,
Competenze di cittadinanza

Gruppo di progettazione
(Consiglio di classe),
Contesto, Idea formativa,
Denominazione del percorso,
Prodotto atteso, Modalità di
socializzazione



ANALISI DI UN CASO

- Riconsiderazione/documentazione delle pratiche didattiche pregresse
- Progettazione di esperienze formative orientate allo sviluppo di competenze di cittadinanza

La tariffa della piscina comunale

(tratto da Brandi P., Salvadori A., Progetto Matematica e realtà 2006/2007)

Materiali Piano [M@t.abel](#)



Attività: La tariffa della piscina comunale

Le piscine comunali offrono, tra le altre, le seguenti possibilità di accesso (Tab.1).

Qual è la tariffa più conveniente in funzione del numero di ingressi che si intendono effettuare?

Tab. 1	
Tariffa piscina comunale	
Tariffa	Costo
A - singolo accesso	6,5 euro
B - carnet di 10 ingressi	52 Euro

- Contesto: una classe seconda
- Oggetti matematici: concetto di relazione, di funzione, di equazione, argomentazioni e verifiche, modelli matematici (tabelle, grafici, relazioni algebriche), strategie risolutive, uso consapevole dei diversi registri rappresentativi

FASE 1

TARIFFA A: rappresentazioni e significati

N. ingressi	Costo
1	6,5
2
3	19,5
.....	26

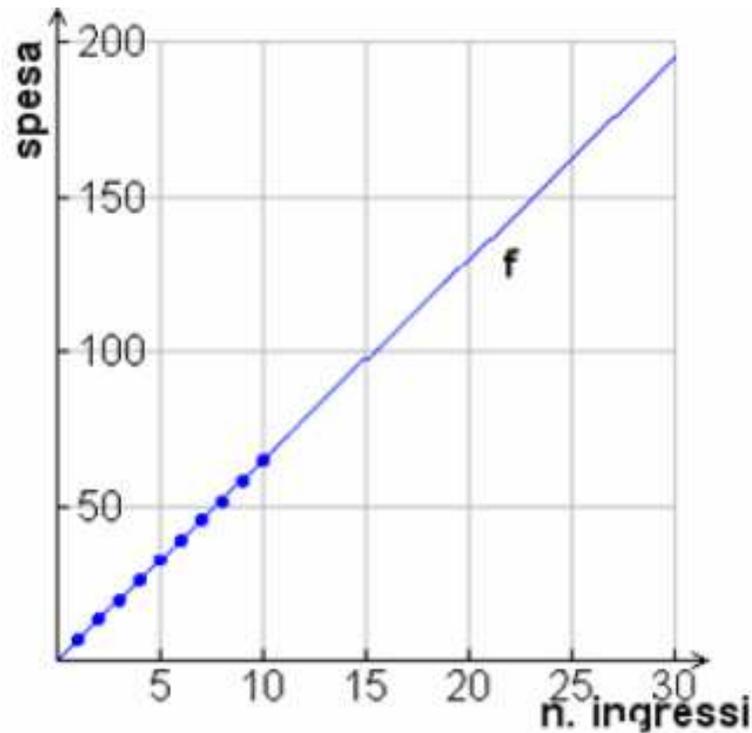
$$S : n = 6,5$$

$$S = 6,5 \times n$$

$$y = 6,5 \cdot x$$

$$y = k x,$$

“All’aumentare del numero di volte che si va in piscina....si paga di più” (Stefano)

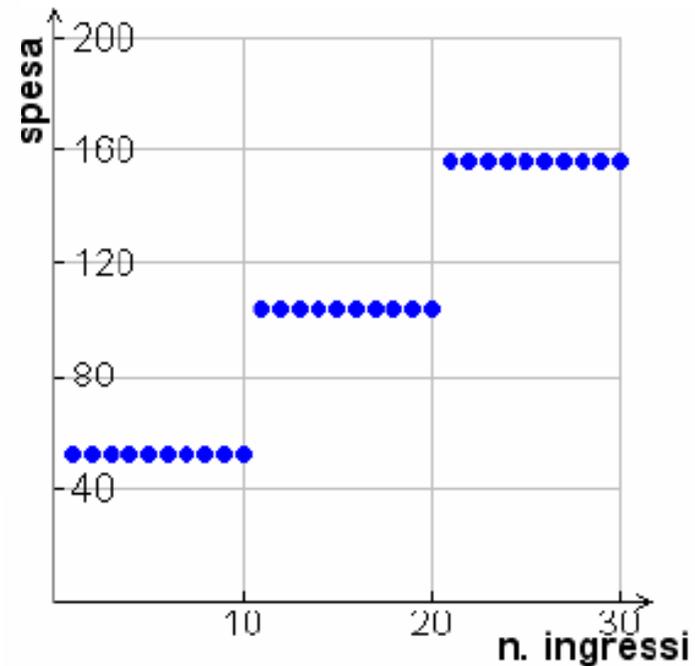


FASE 1

TARIFFA B: rappresentazioni e significati

N. ingressi	Costo
$1 \leq n \leq 10$	52
$10 < n \leq 20$	104
$20 < n \leq 30$	156
.....	

$$S = \begin{cases} 52 & 1 \leq n \leq 10 \\ 104 & 10 < n \leq 20 \\ 156 & 20 < n \leq 30 \end{cases}$$



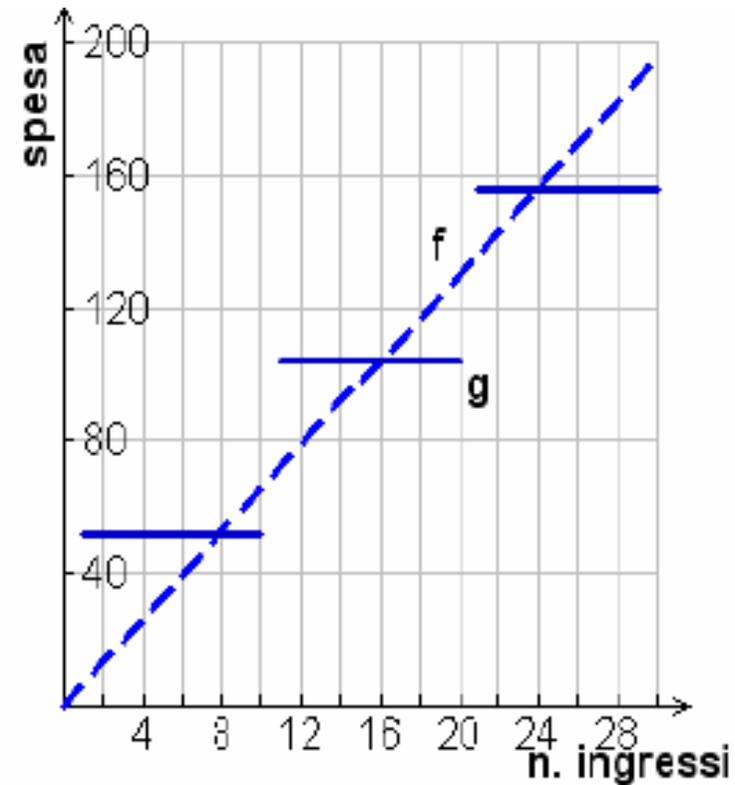
“da 10 a 20 ingressi , si paga 104 euro” (Simona)



FASE 2

CONVIENE DI PIÙ LA TARIFFA A OPPURE LA TARIFFA B?

n. ingressi	Tariffa più conveniente
$1 \leq n < 7$	A
$n = 8$	indifferente
$9 \leq n \leq 10$	B
$11 \leq n \leq 15$	A
$n = 16$	indifferente
$17 \leq n \leq 20$	B
$21 \leq n \leq 23$	A
$n = 24$	indifferente



L'analisi didattica

- L'oggetto matematico
 - il concetto di funzione
- L'analisi storico - epistemologica
 - ostacoli epistemologici all'apprendimento
- Le modalità usuali di insegnamento
 - sottoinsieme del prodotto cartesiano
 - legge della fisica, ad esempio: $s=v(t)$... $F=ma$
 - studio di funzione come al Liceo ...
- Le difficoltà degli allievi, le loro convinzioni
- Gli esiti della usuale prassi didattica



Verso le competenze.....

- **Due quadri di riferimento:**
 - **Nuovo Obbligo di istruzione**
 - **Indagine Ocse Pisa**



Competenze al termine dell'Obbligo di istruzione

- Individuare le strategie appropriate per la soluzione dei problemi

Abilità/Capacità

- Formalizzare attraverso modelli algebrici e grafici
- Convalidare i risultati sia empiricamente sia con argomentazioni
- Tradurre dal linguaggio naturale al linguaggio algebrico e viceversa

Frazioni, proporzioni, percentuali,
formule geometriche, equazioni e
diseguazioni di 1° grado



Competenze al termine dell'Obbligo di istruzione

- Analizzare dati ed interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con rappresentazioni grafiche, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo e le potenzialità offerte da applicazioni specifiche di tipo informatico.

Abilità/Capacità

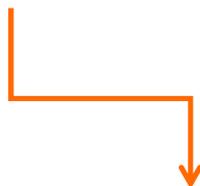
- Leggere e interpretare tabelle e grafici
- Riconoscere relazioni tra variabili e formalizzarle attraverso una
- Rappresentare una funzione

Piano cartesiano, funzioni di proporzionalità diretta e inversa e loro grafici, funzione lineare, uso foglio elettronico



Competenze di cittadinanza

- Imparare ad imparare

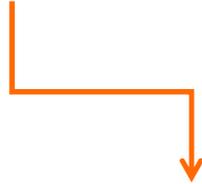


Utilizzare esperienze provenienti dall'ambito informale (frequenza impianti sportivi) per dare significato a concetti della Matematica: concetto di equazione e di funzione.



Competenze di cittadinanza

- Comunicare

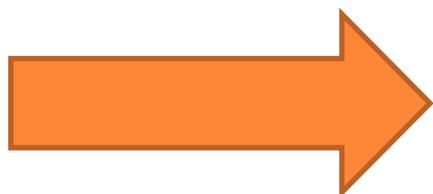
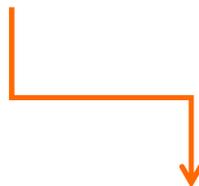


Comprendere le informazioni contenute in una tabella (relazioni matematiche), esprimerle in linguaggi diversi - verbale, simbolico $S = 6,5 \times n$, matematico $y = 6,5x$ - utilizzando supporti cartacei, informatici e multimediali.



Competenze di cittadinanza

- Collaborare e partecipare

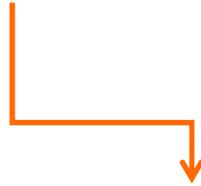


Interagire costruttivamente coi compagni e con l'insegnante, durante le attività che coinvolgono l'intera classe o nel lavoro di gruppo, per la ricerca di regolarità e di relazioni.



Competenze di cittadinanza

- Risolvere problemi



Valutare i dati forniti dalle tabelle, elaborarli e rappresentarli nel linguaggio naturale e nel linguaggio dell'algebra, trarne situazioni coerenti con la situazione problematica.



Competenze di cittadinanza

- Acquisire ed interpretare l'informazione



Leggere e comprendere tabelle di dati, tradurle con rappresentazioni diverse, traendo da ciascun registro le informazioni più attendibili per lo scopo da raggiungere.



Spunti e sollecitazioni da OCSE-PISA

- Literacy matematica

Capacità di **identificare e comprendere il ruolo che la matematica gioca nel mondo reale**, di operare valutazioni fondate e di utilizzare la matematica e confrontarsi con essa in modi che rispondano alle esigenze della vita di un **individuo in quanto cittadino che riflette, che si impegna e che esercita un ruolo costruttivo**.



Raggruppamenti di processi cognitivi

- **Riproduzione:** esecuzione di calcoli, procedure di routine, applicazione di algoritmi standard, abilità tecniche,...
- **Connessione:** interpretazione, collegamenti, mobilitazione di competenze della riproduzione per la risoluzione di problemi familiari, ma non di routine,...
- **Riflessione:** pianificazione di strategie, giustificazione di scelte, argomentazioni



Si tratta di una matematica nella quale sono fortemente correlati:

- o I contenuti disciplinari
- o Le situazioni e i contesti in cui i problemi sono posti
- o I processi che gli allievi devono attivare per collegare la situazione problematica affrontata con i contenuti matematici



Il quadro di riferimento Ocse Pisa

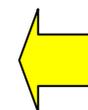
○ Linguaggi formalizzati

- costruire, comprendere e **manipolare** tabelle di valori; costruire grafici a partire dalle **tabelle di valori**
- sapere utilizzare il **linguaggio algebrico formale** per effettuare calcoli con **procedure di routine**, nel **contesto assegnato**
- saper decodificare e interpretare il linguaggio algebrico formale, saperlo utilizzare per **manipolare le relazioni algebriche formalizzate e i grafici** costruiti in **contesti conosciuti**, ma diversi da quello iniziale.



Il quadro di riferimento Ocse Pisa

- **Affrontare situazioni problematiche**
 - esprimere sia in forma orale, sia scritta **argomentazioni semplici** relative alle relazioni numeriche che emergono dall'esame del problema e comprendere quando tali questioni sono espresse da altri;
 - **saper spiegare**, sia in forma orale sia scritta, scelte, strategie, calcoli e risultati relativi alla risoluzione del problema; comprendere quando tali questioni sono espresse da altri;
 - **saper interpretare la corrispondenza modello-realtà** in entrambe le direzioni nella situazione assegnata;

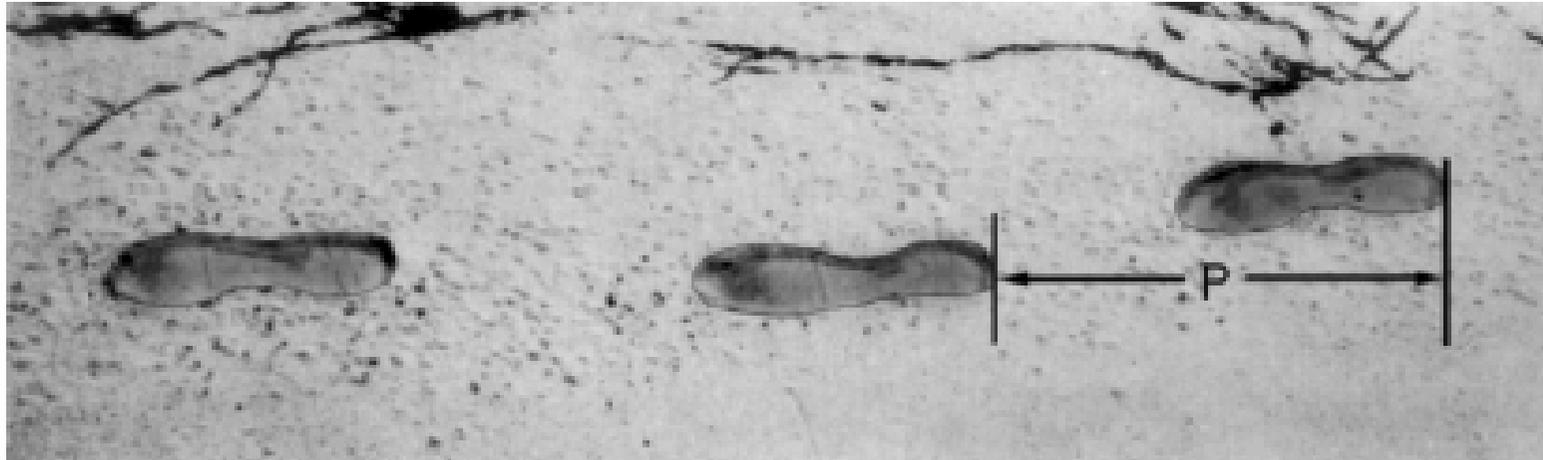


Perché i percorsi multidisciplinari?

- Per costruire il senso degli oggetti della matematica
 - I sensi degli oggetti della matematica sono diversi a seconda dei percorsi didattici sperimentati dallo studente
 - La costruzione di significato non può prescindere da un'attività di costruzione di senso a partire da esperienze.
- Per consolidare le competenze relative all'uso del linguaggio matematico, ma anche della lingua italiana
 - Il concetto di equazione (Ocse Pisa 2003)
 - Quesito C11-Prova Nazionale Scuola sec. I Grado 2008



ANDATURA



La figura mostra le orme di un uomo che cammina. La lunghezza P del passo è la distanza tra la parte posteriore di due orme consecutive.

Per gli uomini, la formula $\frac{n}{P} = 140$ fornisce una relazione approssimativa tra n e P

dove:

n = numero di passi al minuto, e

P = lunghezza del passo in metri.

○ Domanda 1: ANDATURA

Se la formula si applica all'andatura di Enrico ed Enrico fa 70 passi al minuto, qual è la lunghezza del passo di Enrico? Scrivi qui sotto i passaggi che fai per arrivare alla risposta.



DOMANDA 1

Si tratta di fare una sostituzione $n = 70$ nella formula $n/p = 140$,

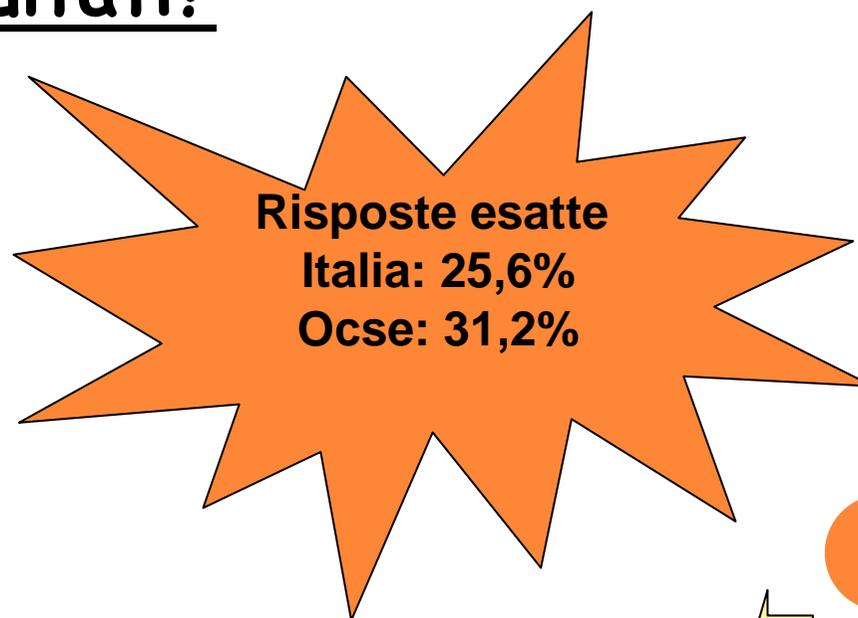
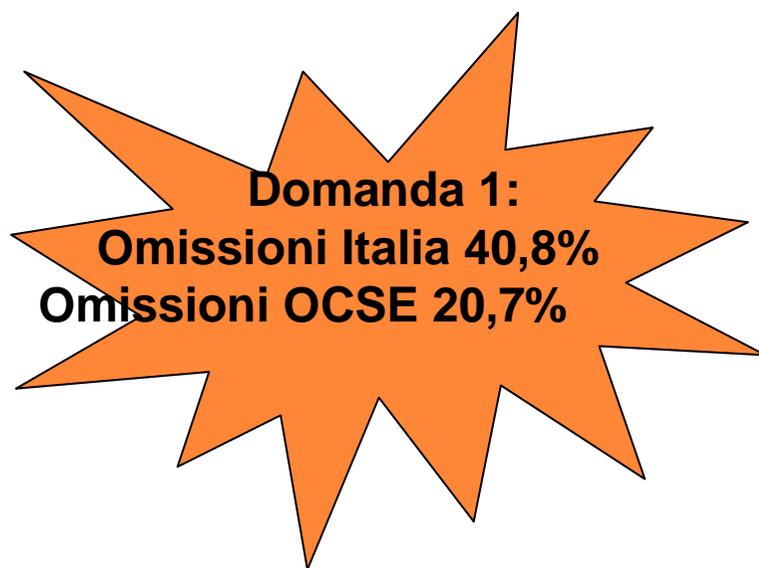
ma

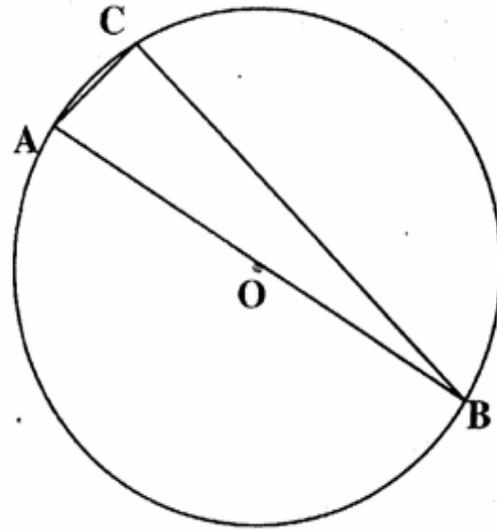
si tratta di interpretare il significato di $70/p = 140$

1. Per cosa devo dividere 70 per avere 140? Ci si scontra con la divisione per un numero minore di 1 (Ostacolo epistemologico)
2. Potrebbe scattare il "copione" equazione:
 $70/p = 140$ $70 = 140p$ $70/140 = 0,5$ però ... sono trasformazioni orientate, nel senso che necessitano di un controllo di quello che si sta facendo in relazione alla situazione. E gli studenti tendono a perdere questo controllo

- **Uso di lettere come incognite, come parametri**
- **Risoluzione di equazioni di primo grado**
- **Svolgimento di calcoli "semplici"**

Quali sono stati i risultati?





C11.

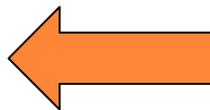
Il triangolo ABC è inscritto in una circonferenza di centro O, come in figura.

Il triangolo ABC è un triangolo rettangolo?

Si

No

Spiega la risposta



**Prova
nazionale
Matematica
2008**

**Scuola
Secondaria
di I Grado**

25% di risposte complete



- “Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria”:

Riesce a risolvere facili problemi mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo sia sui risultati e spiegando a parole il procedimento seguito.

- Al termine della Scuola secondaria di primo grado :

lo studente ha consolidato le conoscenze teoriche acquisite e sa argomentare [...], è capace di sostenere le proprie convinzioni, portando esempi e contro - esempi adeguati e argomentando attraverso concatenazioni di affermazioni.



Mediare un rapporto equilibrato fra i vari aspetti dell'apprendimento della matematica: algoritmico, concettuale, di strategie, di comunicazione e di gestione delle rappresentazioni

Creazione di ambienti funzionali all'apprendimento, attività di tipo laboratoriale



Competenza in Matematica



Competenza Matematica



Competenze di cittadinanza



GRAZIE

